Modelling framework for thin interfaces

Hybrid method, simplifications and variability

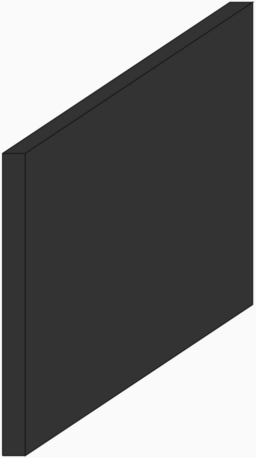
M. Gaborit

Le Mans — 12 juillet 2016

Contenu

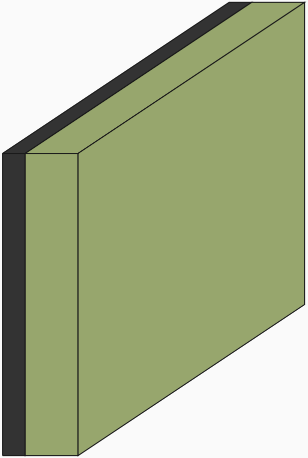
Contexte

Contexte



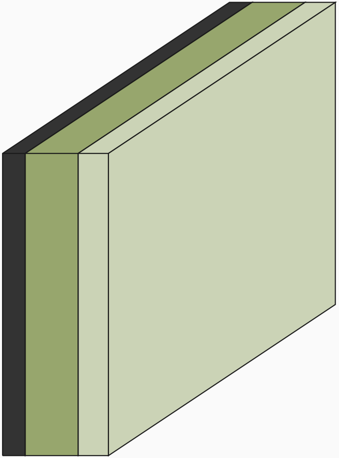
Fond Rigide

Contexte



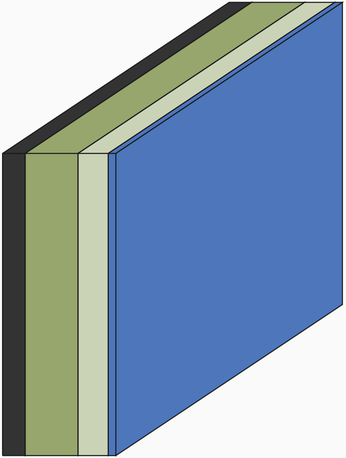
Poreux

Contexte



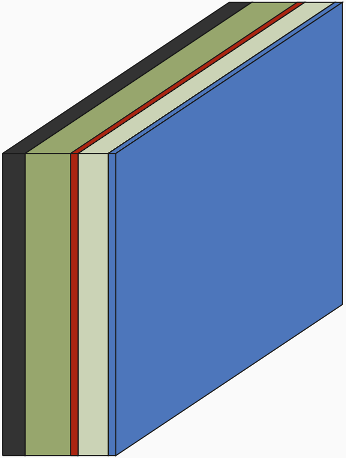
Poreux (autres propriétés)

Contexte



Film Résistif

Contexte



Colle/Assemblage

Quelles incertitudes ?

Caractérisation

- Couches fines (problèmes de précision)
- Propriétés incertaines (σ, E, ν, *etc.*)

Mise en oeuvre

- Processus pas forcément contrôlé (collage, *etc.*)
- Défauts dans la fabrication (bulles, *etc.*)
- Modification de certains paramètres à l'assemblage (ϕ, σ, *etc.*)

[ISO91; Åst97; Hor+07; HF00]

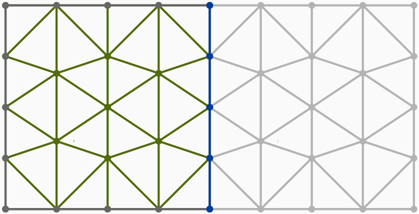
Problématique

Comment prendre en compte les incertitudes portant sur les couches fines dans un modèle numérique ?

Modéliser les poreux

Méthode des éléments finis (FEM)

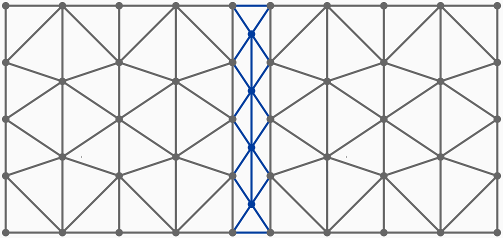
- Adaptée à des géométries complexes
- Nécessité de mailler le domaine (demande des ressources...)
- Problèmes de conditionnement pour des éléments trop petits/déformés
- Les degrés de libertés (DDL) sont les valeurs des champs aux noeuds du maillage



$$\int_\Omega V(u_i, \partial u_i)\mathrm{d}\Omega = \int_{\Gamma \setminus \Gamma_e} S(Du_i, \partial u_i)\mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_e} F(\partial u_i)\mathrm{d}\Gamma$$

Quid des milieux fins ?

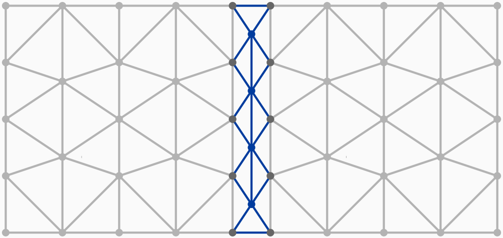
Milieu fin $\Rightarrow$ éléments fins et étirés nombreux (coûteux)



Quid des milieux fins ?

Milieu fin ⇒ éléments fins et étirés nombreux (coûteux)

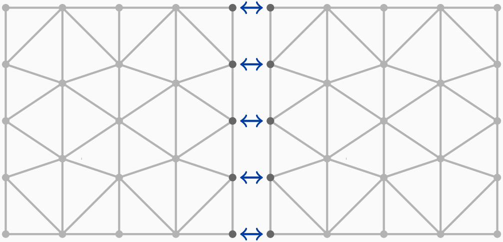
Le coût est concentré dans la couche fine



Quid des milieux fins ?

Milieu fin $\Rightarrow$ éléments fins et étirés nombreux (coûteux)

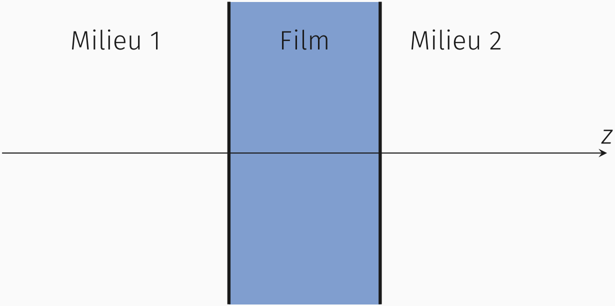
Le coût est concentré dans la couche fine



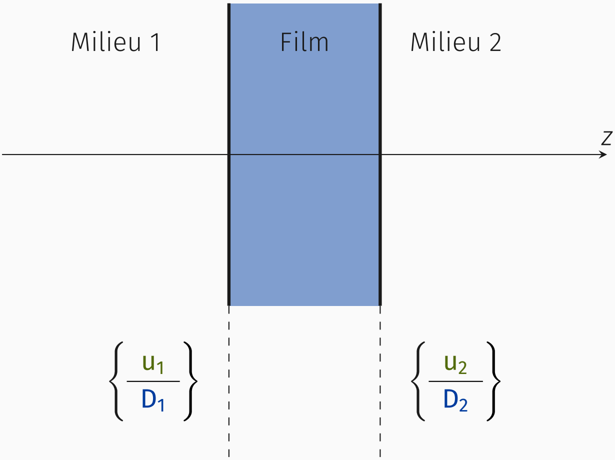
Idée : Supprimer les DDL associés au medium fin en réécrivant les opérateurs de surface des milieux adjacents.

Modéliser sans mailler

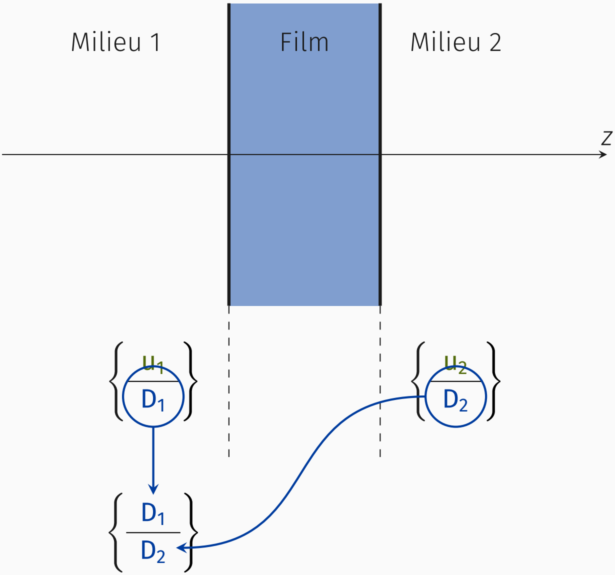
Principe de la méthode



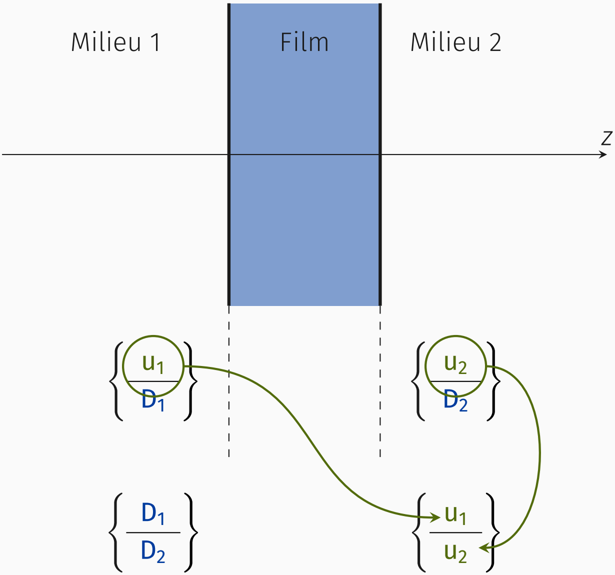
Principe de la méthode



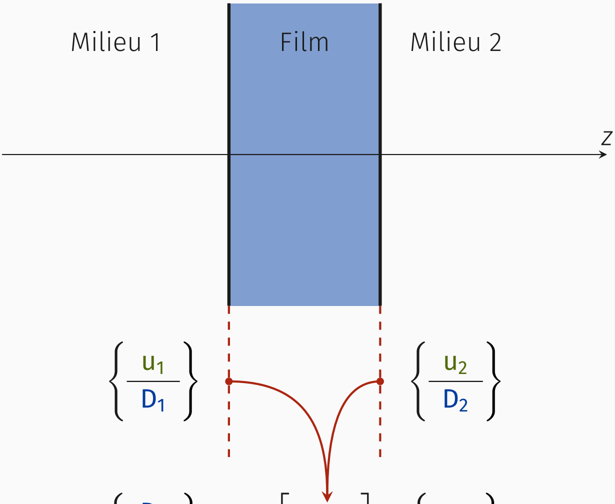
Principe de la méthode



Principe de la méthode

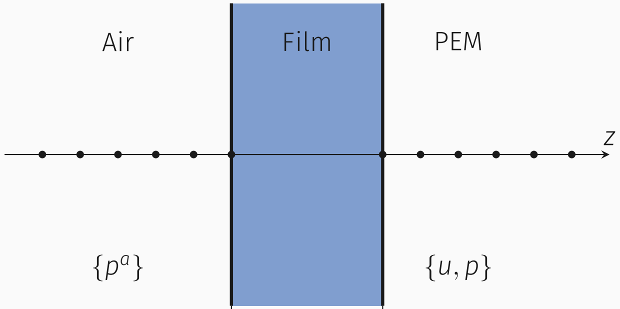


Principe de la méthode



$$\left\{\begin{array}{c} D_1 \\ \hline D_2 \end{array}\right\} = \left[\ \mathcal{S}\ \right] \left\{\begin{array}{c} u_1 \\ \hline u_2 \end{array}\right\}$$

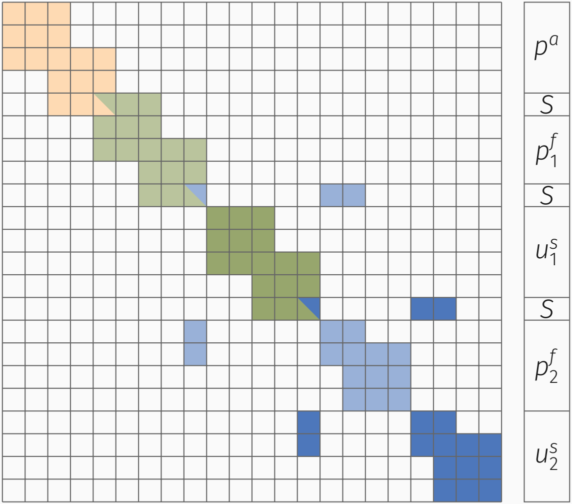
Principe de la méthode



$$\left\{ \begin{array}{c} p^a \\ \hline u_z^a \end{array} \right\} \qquad \left\{ \begin{array}{c} p^f \\ u_z^s \\ \hline \hat{\sigma}_{zz} \\ u_z^t \end{array} \right\}$$

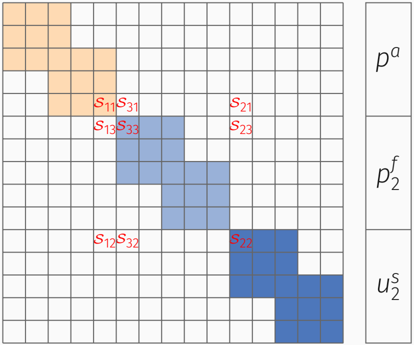
$$\left\{ \begin{array}{c} u_z^a \\ \hline \hat{\sigma}_{zz} \\ u_z^t \end{array} \right\} = \left[\quad \mathcal{S} \quad \right] \left\{ \begin{array}{c} p^a \\ \hline p^f \\ u_z^s \end{array} \right\}$$

Assemblage modifié

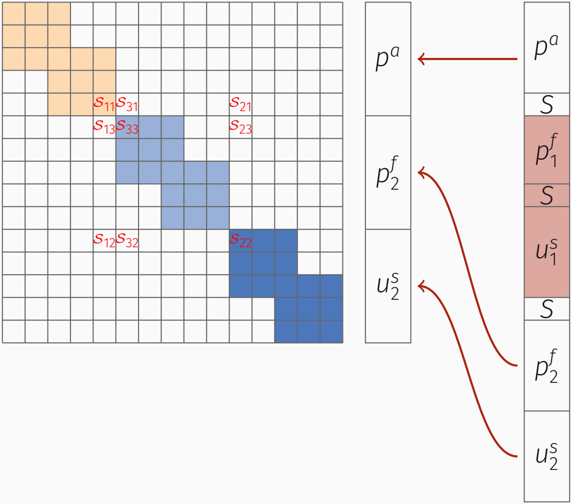


En jaune, le domaine acoustique , en vert, le film (pression en clair et déplacement en plus opaque), en bleu le PEM (pression en clair et déplacement en plus opaque).

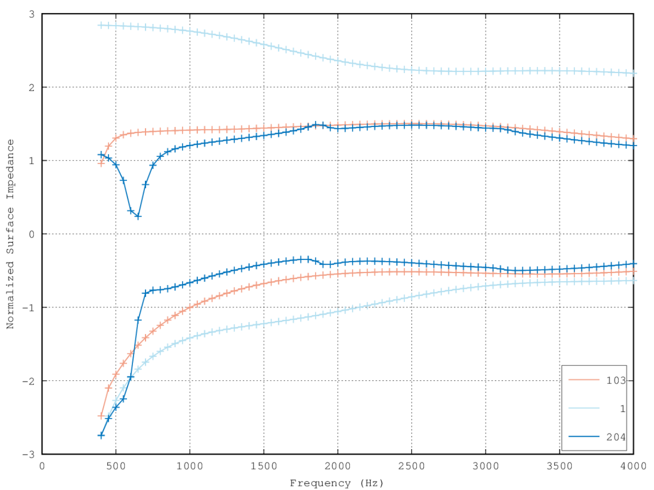
Assemblage modifié



En jaune, le domaine acoustique , en bleu le **PEM** (pression en clair et déplacement en plus opaque).



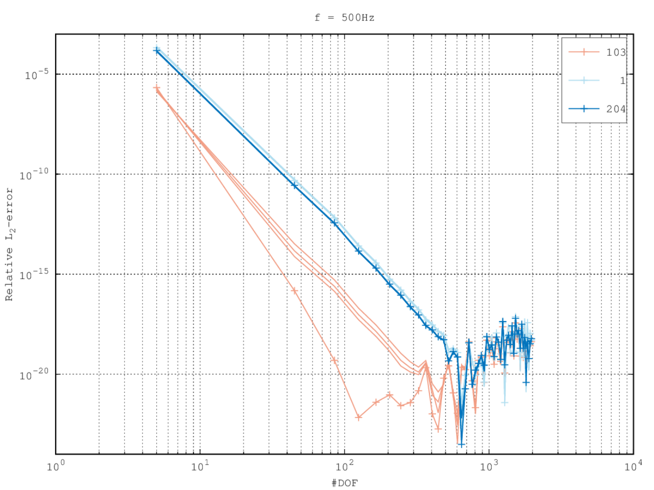
En jaune, le domaine acoustique , en bleu le PEM (pression en clair et déplacement en plus opaque).



Pour 3 PEM différents (laine en orange, mousse en bleu clair, moquette en bleu foncé).

Référence en traits pleins : Méthode des matrices de transfert [AA09].

Validation

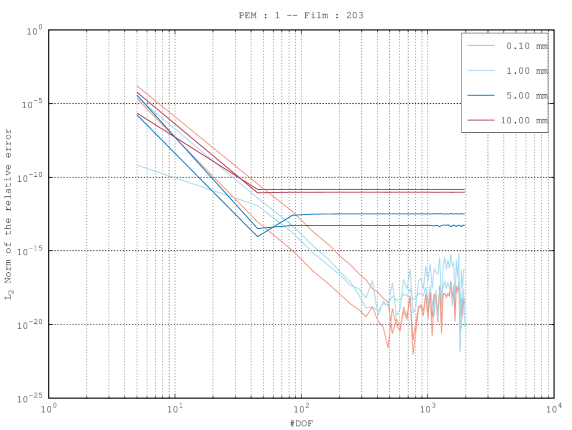


Pour 3 PEM différents (laine en orange, mousse en bleu clair, moquette en bleu foncé) et différentes épaisseurs.

Référence : Méthode des matrices de transfert [AA09].

Demi-conclusion

- La méthode fonctionne et se **comporte bien**
- Le **taux de convergence est satisfaisant** (de l'ordre de celui des EF seuls)
- Pour de grandes épaisseurs, la convergence a tendance à stagner (voir ci dessous) ⇒ à approfondir



Vers les incertitudes

Deux pistes envisagées

Faire appel aux statistiques

- Utilisation de la méthode de Monte-Carlo (MCS)
- Réflexion sur la sensibilité du modèle à ses paramètres d'entrée
- Besoin de résoudre le problème un grand nombre de fois

Analyser les expressions

- Analyse mathématique des expressions (séries de Karhunen-Loève, chaos polynomial, intervales, *etc.*)
- Réflexion sur la propagation des incertitudes dans le modèle
- Finalement pas mis en oeuvre

Deux pistes envisagées

Faire appel aux statistiques

- Utilisation de la méthode de Monte-Carlo (MCS)
- Réflexion sur la sensibilité du modèle à ses paramètres d'entrée
- Besoin de résoudre le problème un grand nombre de fois

Analyser les expressions

- Analyse mathématique des expressions (séries de Karhunen-Loève, chaos polynomial, intervales, *etc.*)
- Réflexion sur la propagation des incertitudes dans le modèle
- Finalement pas mis en oeuvre

Besoin d'expressions simples

Vers les incertitudes

Simplifications

Simplifications du modèle pour le film : 2 axes

Le film est modélisé *via* $\{u^s, u^t\}$ (cf [Daz+07]).

Matériaux très résistif (σ grand)

Film très fin ($\kappa d << 1$, κ un nombre d'onde)

Le film est modélisé *via* $\{u^s, u^t\}$ (cf [Daz+07]).

Matériaux très résistif (σ grand)

1. σ grand $\Rightarrow$ simplification de $\tilde{\rho}_{eq}$: $\tilde{\rho}_{eq} = \sigma / j\omega$
2. Simplification des nombres d'ondes dans le film :

$$\delta_1^2 = \frac{\omega^2 \rho_s}{\hat{P}} \qquad , \qquad \delta_2^2 = \frac{\omega^2 \sigma}{j\omega \tilde{K}_{eq}}$$

Film très fin ($\kappa d << 1$, κ un nombre d'onde)

Simplifications du modèle pour le film : 2 axes

Le film est modélisé *via* $\{u^s, u^t\}$ (cf [Daz+07]).

Matériaux très résistif (σ grand)

1. σ grand $\Rightarrow$ simplification de $\tilde{\rho}_{eq}$: $\tilde{\rho}_{eq} = \sigma / j\omega$
2. Simplification des nombres d'ondes dans le film :

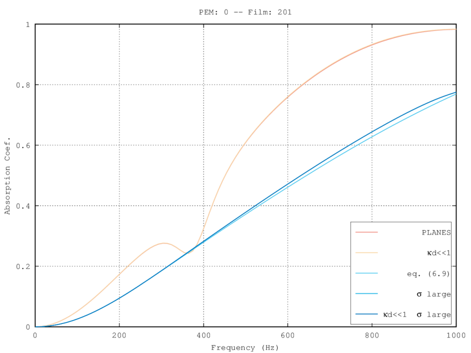
$$\delta_1^2 = \frac{\omega^2 \rho_s}{\hat{P}} \qquad , \qquad \delta_2^2 = \frac{\omega^2 \sigma}{j\omega \tilde{K}_{eq}}$$

Film très fin ($\kappa d << 1$, κ un nombre d'onde)

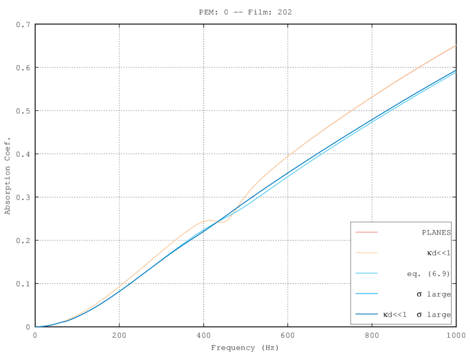
- Utilisation de l'approximation des petits angles
- Développement des fonctions trigonométriques et de l'exponentielle en série de MacLaurin

Validation

Tissé



Non-tissé



Celui de gauche a une *très* faible porosité [JB11].

La référence est en orange et le **modèle le plus simplifié** en bleu.

Vers les incertitudes

Variabilité

Variabilité du modèle

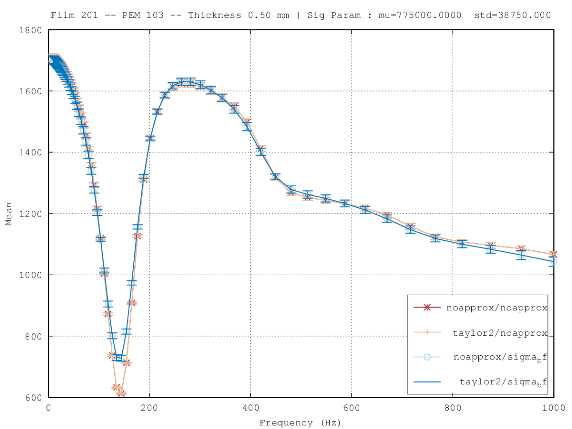
Modélisation de σ par une loi normale centrée sur la valeur fournie par la caractérisation et avec pour écart-type 5% de la valeur nominale.

Utilisation de la méthode de Monte-Carlo.

1500	Tirages (évaluation grossière)
3	épaisseurs ($0.1mm$, $0.5mm$ & $1.00mm$)
2	films (tissé et non-tissé)
2	modèles pour σ (simplifié et complet)
2	modèles pour les fonctions (dév. ordre 2 et complet)

[MU49; Hor+07; CZA12]

Résultats



Impédance de surface normalisée pour un film tissé (qui réagissait mal aux simplifications). Les simplifications donnent des résultats semblables à la référence (en rouge).

Conclusion

Conclusion

- Une méthode pour la **modélisation** de films **sans ajouter de DDL** a été proposée
- La validation montre un **bon comportement** de la méthode et une **bonne convergence**
- Des pistes pour la **simplification des modèles** de poreux ont été envisagées
- Les tests montrent une **précision acceptable** des modèles simplifiés
- L'utilisation de **méthodes naïves (MCS)** pour la propagation d'incertitudes est **validée sur le principe**

Après ? variations d'épaisseur, modèles d'incertitudes avancés, confrontation expérimentale, *etc.*

Merci !

Des questions ?

gaborit@kth.se